

第9章

MRIの3次元再構成

9

本章では、MRIにおける3次元再構成について述べる。通常、3次元の被写体を計測する際は、3次元被写体から2次元のスライス面を選択的にとり出して、その面に関して2次元再構成を行う。ここでは、スライスの選択を行わずに3次元被写体のすべてから信号をとり出して、3次元再構成を行う3次元投影再構成法と3次元フーリエ変換法を解説する。2次元投影再構成法の拡張として、3次元被写体の投影を1次元で計測して、その投影から3次元被写体を再構成する3次元投影再構成法のフーリエ変換法とフィルタ補正逆投影法を解説する。また、3次元周波数空間を直交座標上で計測し、3次元フーリエ逆変換で再構成をする3次元フーリエ変換法について述べる。

〔第1節〕 3次元投影再構成法（フーリエ変換法）

3次元投影再構成法のパルスシーケンスを図9-1に示す。3次元投影再構成法では、3次元の被写体を直接再構成するのでスライスを選択する必要がない。そこで、RFパルスである90°パルスと180°パルスでは、 z 軸方向への勾配磁場は印加せずに被写体すべての水素原子核を励起している。よって、180°パルスを印加した後に出てくるエコー信号は、3次元の被写体すべてから放出されることになる。そのエコー信号を計測する際に、 x 方向と y 方向と z 方向に勾配磁場を印加している。それぞれの勾配磁場の強度は、 k 空間における、 k_x 、 k_y 、 k_z の3次元直交座標系において、図9-2に示すような平面内で k_x 軸から k_y 軸に離れて、 k_y 軸から k_z 軸に離れた直線上のデータを計測する場合、

$$\begin{cases} G_x = G \sin \theta \cos \phi \\ G_y = G \sin \theta \sin \phi \\ G_z = G \cos \theta \end{cases} \quad (9-1)$$

となる。ここで、 G はトータルの勾配磁場強度を表し、3次元座標系で k_x 、 k_y 、 k_z は x 、 y 、 z の k 空間におけるそれぞれの軸に対応しているものとする。この勾配磁場を印加しながらエコー信号を計測すると、 k 空間における図9-2に示す方向の信号が計測されることになる。

この信号を1次元フーリエ逆変換すると、3次元座標系における原点を通る同じ直線上に、その直線とは垂直な平面内の被写体の物理量を面積分した値となる。これは、3次元の被写体を1次元の直線上に投影したことに相当する。この再構成は、 ϕ を0°から360°、 θ を0°から180°まで変化させて k 空間のすべてのデータを計測し、それを直交座標に戻して3次元フーリエ逆変換をすればよいことになる。これを投影切断面定理の拡張として考えると、図9-3のように表すことができる。

3次元被写体の物理量を $f(x, y, z)$ とし、その投影を $g(X, Y, Z)$ とする。その投影を表す式は、 X 軸に垂直な YZ 平面における面積分となるので、

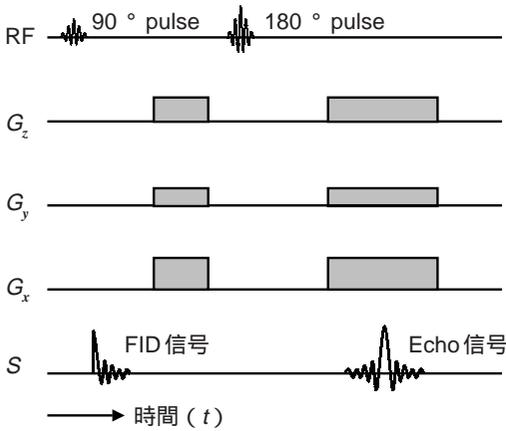


図9-1 3次元投影再構成法のパルスシーケンス
 選択励起をしないので、 x, y, z 方向の勾配磁場を組み合わせ直線上の k 空間のデータを計測する。

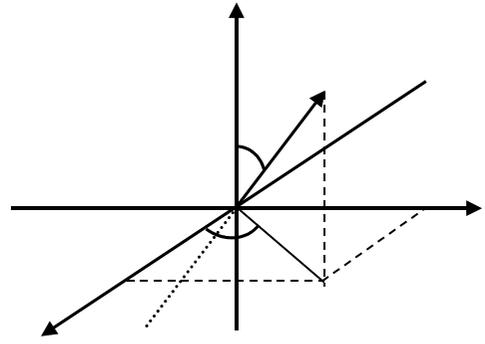


図9-2 k 空間における3次元投影再構成法の座標系と計測データの座標系
 3次元座標の原点を通る直線上のデータが計測される。

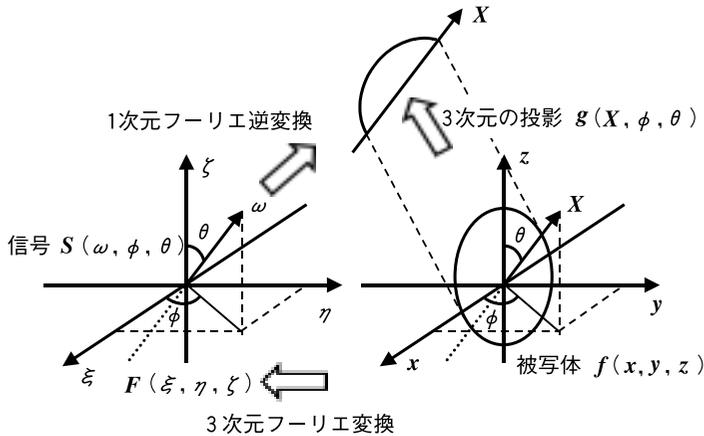


図9-3 3次元投影切断面定理の関係図
 3次元の被写体を1次元の線上に投影しそれを1次元フーリエ変換すると、被写体の3次元フーリエ変換した分布の原点を通る同じ直線上のデータに一致する。

$$g(X, \phi, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) dY dZ \tag{9-2}$$

となる。ここで、

$$\begin{cases} X = x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi + z \cos \theta \\ Y = -x \sin \phi + y \cos \phi \\ Z = -x \cos \theta \cos \phi - y \cos \theta \sin \phi + z \sin \theta \end{cases} \tag{9-3}$$

である。それを X に対して1次元フーリエ変換した $S(\quad , \quad , \quad)$ が計測されるエコー信号となる。そ

の関係を表すと以下ようになる。

$$S(\omega, \phi, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(X, \phi, \theta) e^{-i\omega X} dX \tag{9-4}$$

この式は1次元フーリエ変換の式を表している。また、エコー信号である $S(\omega, \phi, \theta)$ は、被写体の3次元フーリエ変換 $F(\xi, \eta, \zeta)$ の原点を通る直線上の値に一致する。よって、

$$S(\omega, \phi, \theta) = F(\xi, \eta, \zeta) \begin{cases} \xi = \omega \sin \theta \cos \phi \\ \eta = \omega \sin \theta \sin \phi \\ \zeta = \omega \cos \theta \end{cases} \tag{9-5}$$

と表すことができる。ここで、 $F(\xi, \eta, \zeta)$ は被写体 $f(x, y, z)$ の3次元フーリエ変換なので、

$$F(\xi, \eta, \zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) e^{-i(\xi x + \eta y + \zeta z)} dx dy dz \tag{9-6}$$

と表される。

3次元投影再構成法ではこれらの関係を利用して再構成することができる。エコー信号 $S(\omega, \phi, \theta)$ において ω を 0° から 360° までと θ を 0° から 180° までを等間隔に計測し、その計測データから直交座標のデータ $F(\xi, \eta, \zeta)$ に変換する。変換した3次元の k 空間データを3次元フーリエ逆変換することによって原画像を再構成できる。3次元再構成については投影再構成法を用いることはほとんどなく、実際には後で説明するフーリエ変換法が用いられる。

【第2節】 3次元投影再構成法（フィルタ補正逆投影法）

(9-4)式によって得られた投影データの集合（サイノグラム）より、フィルタ補正逆投影法を用いて原画像を求める方法を示す。実空間 (x, y, z) に対応する周波数空間の座標を (ω, ϕ, θ) で表し、 $f(x, y, z)$ の3次元フーリエ変換を $F(\xi, \eta, \zeta)$ とすると、 $F(\xi, \eta, \zeta)$ は(9-6)式となる。また、3次元フーリエ逆変換は次式により求まる。

$$f(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta, \zeta) e^{i(\xi x + \eta y + \zeta z)} d\xi d\eta d\zeta \tag{9-7}$$

ここで、直交座標で表されている (ξ, η, ζ) を極座標 (ω, ϕ, θ) に変換すると、

$$f(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty \omega^2 \sin \theta \cdot S(\omega, \phi, \theta) e^{i\omega X} d\omega d\theta d\phi \tag{9-8}$$

となる。ここで、 $S(\omega, \phi, \theta)$ は $g(X, \phi, \theta)$ を X について1次元フーリエ変換したものであり、(9-4)式で表される。したがって(9-8)式は投影データ $g(X, \phi, \theta)$ のフーリエ変換 $S(\omega, \phi, \theta)$ に対して、周波数空間で $\omega^2 \sin \theta$ によって表されるフィルタ関数を掛けることを意味する。フィルタ関数の画像と鳥瞰図を図9-4に示す。(9-8)式において、

$$S_{filter}(X, \phi, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \sin \theta \cdot S(\omega, \phi, \theta) e^{i\omega X} d\omega \tag{9-9}$$

とおくと、実際の逆投影は、

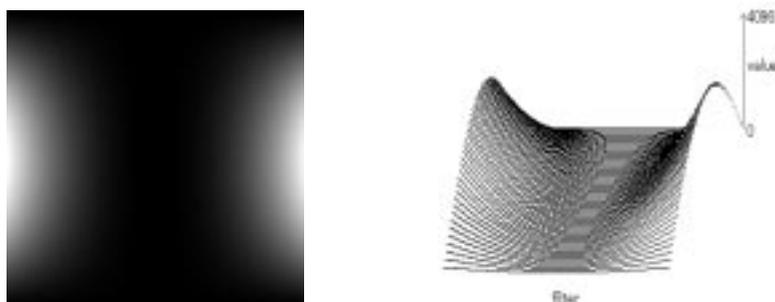


図9-4 3次元フィルタ補正逆投影法のフィルタ関数
横軸を X , 縦軸を θ として左側が画像 , 右側は鳥瞰図で表示している .



a 1つの断面を2次元で表示している .
b 3次元で表面を表示している .

図9-5 立方体の原画像

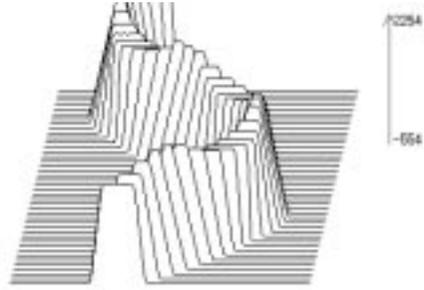
$$f(x, y, z) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S_{filter}(X, \phi, \theta) d\theta d\phi \quad (9-10)$$

と表される .

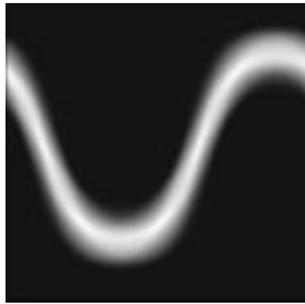
図9-5に示すような立方体を原画像として , 3次元の投影データを作成すると , 図9-6のようになる . 投影データも3次元で作成されるので , 図9-6では各軸に沿ったものを表示している . その投影データに周波数空間で \sin^2 のフィルタを掛けると図9-7のようになる . このフィルタ後の投影を3次元逆投影すると図9-8のように再構成される . 2次元の断面では接線状のアーチファクトが端のほうに見られるが , 表面を3次元表示するときれいに立方体が再現されている .



a 横軸を X , 縦軸を Y として 2次元で表示している .



b aを鳥瞰図として表示している .



c 横軸を Y , 縦軸を X として表示している .



d 横軸を X , 縦軸を Y として表示している .

図9-6 3次元の投影データ

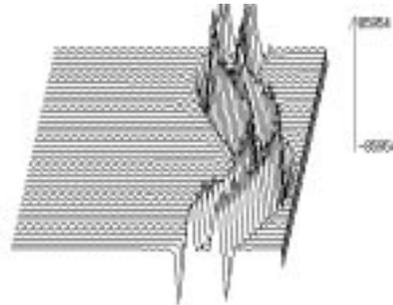
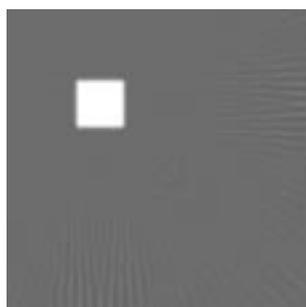
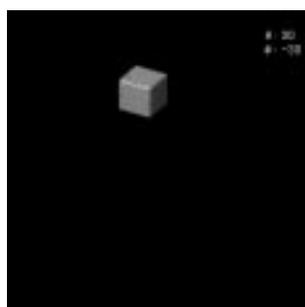


図9-7 \sin^2 のフィルタを掛けた後の投影データ
左側が画像で右側がその鳥瞰図を表示している .



a 1つの断面を2次元で表示している。



b 3次元で表面を表示している。

図9-8 3次元FBP法で再構成した画像

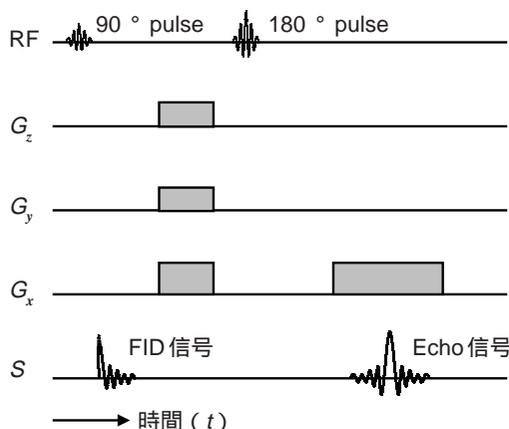


図9-9 3次元フーリエ変換法のパルスシーケンス
y方向とz方向で位相エンコードを決めてx方向に計測している。y方向とz方向の位相エンコードを変えてk空間のデータを一通り取得できるまでx方向に何度も計測する。

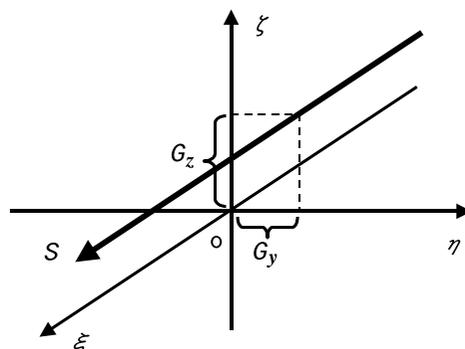


図9-10 k空間における3次元フーリエ変換法の座標系と計測データ

1回の繰り返りで計測されるk空間のデータ。

〔第3節〕 3次元フーリエ変換法

3次元フーリエ変換法のパルスシーケンスを図9-9に示す。3次元フーリエ変換法では、計測される3次元のk空間を格子状にサンプリングする必要がある。そのために図9-9で示しているように、あらかじめ90°パルスと180°パルスの間でk空間におけるy方向とz方向の位置を G_y と G_z の強度を変えることによって決めておく。これは、図9-10で示しているように、k空間においてy方向に対応する軸とz方向に対応する軸上でそれぞれ G_y と G_z の位置を決定している。そして、3次元のk空間においてx方向に対応する軸に沿って計測を行う。計測はx方向に対応した軸に沿って行うので、エコー信号を計測する際はx方向の G_x のみ勾配磁場を印加している。

計測データは格子状に $F(\xi, \eta, \zeta)$ の値が直接求まることになる。再構成は3次元フーリエ逆変換をすればよいので、

$$f(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta, \zeta) e^{i(\xi x + \eta y + \zeta z)} d\xi d\eta d\zeta \quad (9-11)$$

の式より求めることができる。