

MRIの3次元再構成 シミュレーション

第9章でMRIの3次元再構成について説明した．そのなかで，3次元投影再構成法と3次元フーリエ変換法をとり上げた．

本章では，その3次元再構成のなかの3次元フーリエ変換法について具体的な計算機シミュレーションの方法を述べる．まずは，3次元マトリクス内の1点にのみ水素原子がある場合の3次元フーリエ変換法の計測データを示す．次に，そのデータから3次元フーリエ逆変換によりもとの1点が再構成されその位置を特定できることを示す．次に，数値ファントムを用いた場合の計測データを示し，3次元フーリエ逆変換で画像再構成を行い再構成された画像を示す．再構成画像は3次元になるので，そのうちのいくつかのスライスについて画像を2次元で示す．

〔第1節〕 1点画像の3次元計測

3次元フーリエ変換法は，勾配磁場の方向を x ， y および z 方向に分けて考え，直接3次元周波数空間のデータを計測し，3次元フーリエ逆変換で再構成を行う．勾配磁場の方向， x ， y および z 方向に対し，それぞれ G_x ， G_y および G_z の強度を持つ線形勾配磁場を時間 t_x ， t_y および t_z の間，印加した後に得られる信号は，被写体分布の3次元フーリエ変換 $F(\xi, \eta, \zeta)$ の

$$\begin{cases} \xi = \gamma G_x t_x \\ \eta = \gamma G_y t_y \\ \zeta = \gamma G_z t_z \end{cases} \quad (10-1)$$

における値を与える．この計測では，先に y 方向と z 方向に G_y および G_z の強度を持つ線形勾配磁場を t_y および t_z の間与えた後， x 方向に G_x の強度を持つ線形勾配磁場を与えながら信号を読み出す．このとき，前者が「位相エンコード (phase encoding)」となり，後者が「読み出し (read out)」となる． x 方向に時間 t で読み出される信号は，

$$s(t) = F(\gamma G_x t, \gamma G_y t_y, \gamma G_z t_z) \quad (10-2)$$

となる．これをもう少し詳しく式で表すと，

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) e^{-i\gamma(G_x x t + G_y y t_y + G_z z t_z)} dx dy dz \quad (10-3)$$

となる．

水素原子がある1点 (x_0, y_0, z_0) にのみ存在する場合，そこから出てくる信号 $s(t)$ は，

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_0 \delta(x_0, y_0, z_0) e^{-i\gamma(G_x x t + G_y y t_y + G_z z t_z)} dx dy dz \quad (10-4)$$

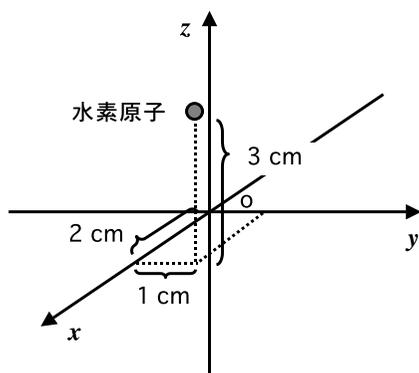


図 10-1 3次元空間上で水素原子が存在する点
を示している

水素原子は (2cm, 1cm, 3cm) の位置にある。

となる。ここで、 S_0 は (x_0, y_0, z_0) に存在する水素原子の量に相当する強度であり、 (δ) はデルタ関数である。この式は、

$$s(t) = S_0 e^{-i\gamma(G_x x_0 t + G_y y_0 t_y + G_z z_0 t_z)} \quad (10-5)$$

と表すことができる。

実際の計測は実部の値と虚部の値に分けて計測するので、実部の計測値は、

$$s_{re}(t) = S_0 \cos[\gamma(G_x x_0 t + G_y y_0 t_y + G_z z_0 t_z)] \quad (10-6)$$

となり、虚部の計測値は、

$$s_{im}(t) = -S_0 \sin[\gamma(G_x x_0 t + G_y y_0 t_y + G_z z_0 t_z)] \quad (10-7)$$

となる。また、本来はこの式に緩和の項がかかってくるが、本章は緩和の項は含めずに考えることにする。

この計測値に実際の値をあてはめてシミュレーションを行う。静磁場強度を 1T とし勾配磁場 G_x を 0.12G/cm とする。水素原子の信号強度 S_0 は 1 とし、 (x_0, y_0, z_0) を (2cm, 1cm, 3cm) に設定する。図 10-1 に設定した水素原子の位置を示す。

すると、実部の計測値は、

$$s_{re}(t) = \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times (0.1 \times 10^{-4} \times 2 \times t + 1 \times G_y t_y + 3 \times G_z t_z)] \quad (10-8)$$

となる。一方、虚部の計測値は、

$$s_{im}(t) = -\sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times (0.1 \times 10^{-4} \times 2 \times t + 1 \times G_y t_y + 3 \times G_z t_z)] \quad (10-9)$$

となる。ここで、 $G_y t_y$ と $G_z t_z$ は位相エンコードである。計測データを 3次元周波数空間の正方格子にのるようになるためには、計測を 0.1ms ごとに行なった場合、 t_y と t_z を 1ms とすると、位相エンコードの勾配磁場 G_y と G_z は $0.012 \text{G/cm} = 0.012 \times 10^{-4} \text{T/cm}$ ごとに变化させて計測することになる。これは、位相エンコードの度合いがサンプリングの間隔と対応するように設定するためである。計測のサンプリング点を k 、位相エンコードの変化の度合いを y 方向が l 、 z 方向が m として式に表すと、

$$s_{re}(k, l, m) = \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times \{a(k) + b(l) + c(m)\}] \quad (10-10a)$$

$$s_{im}(k, l, m) = -\sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times \{a(k) + b(l) + c(m)\}] \quad (10-10b)$$

$$a(k) = 0.12(G/cm) \times 10^{-4} \times 2(\text{cm}) \times k \times 0.1(\text{ms}) \times 10^{-3}$$

$$b(l) = 0.012(G/cm) \times 10^{-4} \times 1(\text{cm}) \times l \times 1.0(\text{ms}) \times 10^{-3}$$

$$c(m) = 0.012(G/cm) \times 10^{-4} \times 3(\text{cm}) \times m \times 1.0(\text{ms}) \times 10^{-3} \quad (10-10c)$$

となる。ここで、サンプリング点 k は計測時間に相当するが、周波数空間をマイナス方向の端から計測するように換算するために $-n/2$ から $n/2 - 1$ までの整数値をとることにする。位相エンコードの度合い l と m は $n/2$ から $-n/2 + 1$ までの整数値をとる。この場合の計測は、 l と m の値を先に決めておき、その値にしたがって位相エンコードをかけ、 k が示すサンプリング点で計測値をサンプリングする。この過程を l と m の値を変えながら $n \times n$ 回繰り返し計測することになる。

この計測データの $m = 1, m = 0, m = -1$ の場合を、 k を横軸にとり、 l を縦軸にとって2次元の画像に表したものを図10-2に示す。図10-2a, bが $m = 1$ の実部と虚部、図10-2c, dが $m = 0$ の実部と虚部、図10-2e, fが $m = -1$ の実部と虚部である。緩和を考慮していないので、それぞれのデータは縞模様が続いて見える。縞の向きは、原点から点源(2cm, 1cm, 3cm)の方向を向いている。表示する m の位置が変わることによって、縞模様の位置が少しずつ異なっているのが確認できる。

〔第2節〕 1点画像の3次元再構成

再構成される3次元画像は、 $128 \times 128 \times 128$ ボクセルとする。勾配磁場を0.12G/cmにしたので、3次元画像領域の1辺は約20cmとなる。3次元フーリエ変換法で、計測データを3次元フーリエ逆変換することによって、被写体の3次元画像を得ることができる。スピンエコー法を用いれば、周波数空間を格子状に計測することができる。図10-2で示した計測データは3次元周波数空間のデータである。このデータから3次元フーリエ逆変換で画像再構成する。

3次元フーリエ変換で再構成した画像を図10-3に示す。図10-3a, b, cは、それぞれ $z = 18, z = 19, z = 20$ での x, y の画像を示している。1辺が約20cmになっているので、点源(2cm, 1cm, 3cm)は、画像では中心から(12.8, 6.4, 19.2)となる。図10-3bにおいて最も強く点源が現れている。図10-3cも多少点源が現れているのは、点源の真の位置が19.2となるので、そのずれの分が図10-3cに現れていると思われる。 x と y の位置もほぼ仮定どおりに点源が現れている。

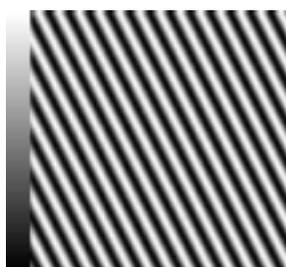
〔第3節〕 数値ファントムのシミュレーション

ここで用いる数値ファントムの形状の模式図を図10-4に示す。また、その $z = 0, z = 1, z = 2, z = 3$ のときのファントム画像をそれぞれ図10-5a, b, c, dに示す。ボクセル数は $128 \times 128 \times 128$ で1辺は20cmと仮定する。

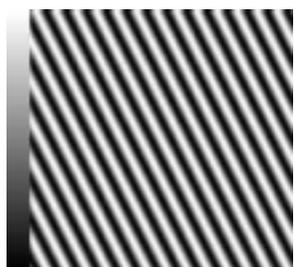
3次元フーリエ変換法で数値ファントムの場合、計測される信号は、被写体の各点から放出された信号の和となる。数式で表すと(10-3)式になる。これを勾配磁場 G が0.12G/cmのときのシミュレーションにあてはめて書き直すと、



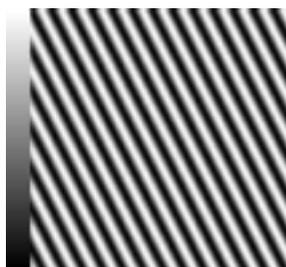
a z 方向の位相エンコード $m = 1$ における実部の計測データ



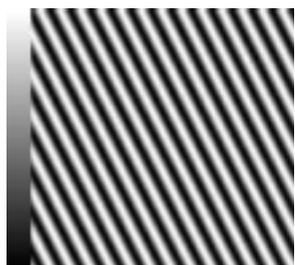
b 虚部の計測データ



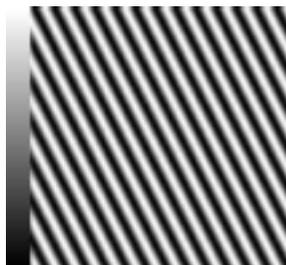
c z 方向の位相エンコード $m = 0$ における実部の計測データ



d 虚部の計測データ



e z 方向の位相エンコード $m = -1$ における実部の計測データ



f 虚部の計測データ

図10-2 計測の勾配磁場 G_x を 0.12 G/cm としたときの計測データの実部と虚部の画像

水素原子の信号強度 S_0 は1とし、サンプリング間隔は 0.1 ms 、水素原子が存在する1点の位置を $(2 \text{ cm}, 1 \text{ cm}, 3 \text{ cm})$ に設定した。時間軸 k を横軸、 y 方向の位相エンコードの大きさである l を縦軸として画像で表している。位相エンコードの大きさは x 方向の勾配磁場とサンプリング間隔に合わせて決めている。

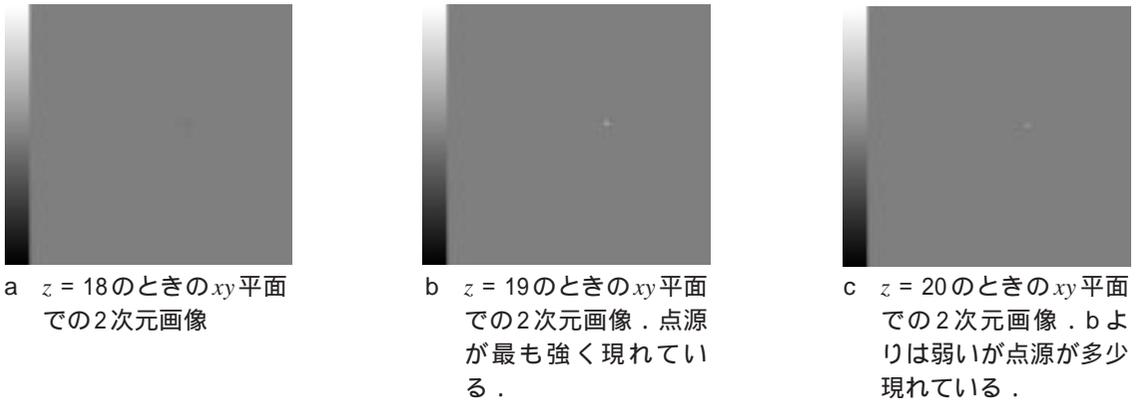


図10-3 図2に示した計測データをもとにして、3次元フーリエ逆変換で再構成した結果

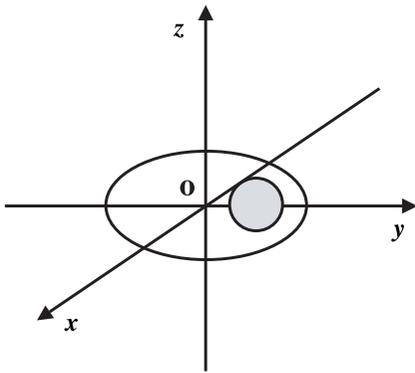


図10-4 3次元数値ファントムの形状
ボクセル数は $128 \times 128 \times 128$ で1辺は20cm．楕円体の組み合わせで作られている．

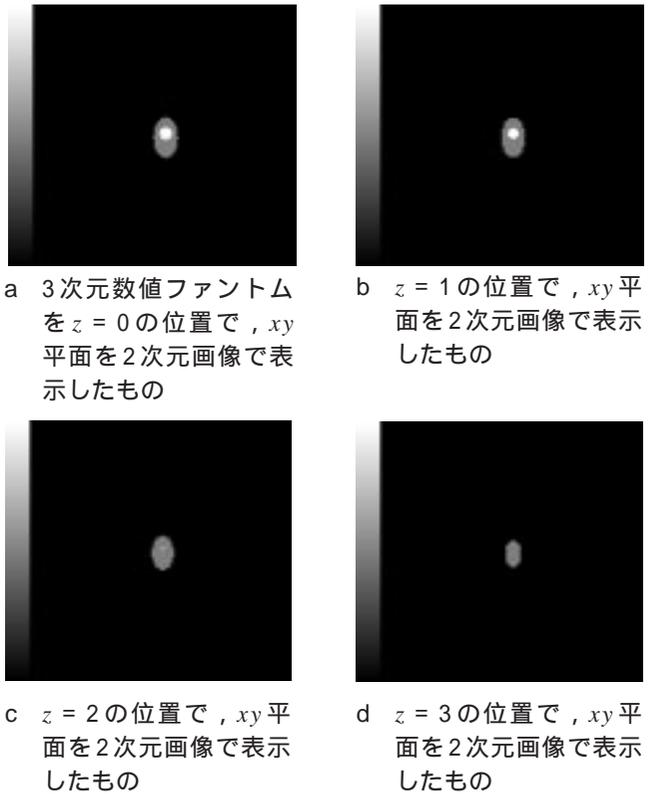


図10-5 3次元数値ファントムを z の位置を変えて xy 平面で2次元画像として表示したもの