

第4章 SPECTの画像再構成

〔第1節〕 再構成問題

SPECTの画像再構成問題には、図4-1に示すような被写体内での線の減弱と散乱、そして深さに依存する検出器特性の3つの問題がある。

1番目の減弱の問題は、SPECTの画像再構成問題のなかで最も大きな問題で、被写体内から放出された線が、被写体内で減弱を受けてしまうために、被写体外で検出される線の量が、被写体内で放出された線の量と異なってしまうというものである。PETでは、一度の崩壊過程で 180° 反対方向に2つの光子が放出されるので、減弱の補正は比較的単純に行うことができる。しかし、SPECTの場合は一度の崩壊過程で1つの光子しか放出しないので、減弱の補正は非常に厄介な問題となる。

2番目の散乱の問題は、線が被写体内で散乱することによって放出された方向と別な方向に向きを変えられてしまい、そのまま減弱せずに検出器で検出されることがあるため、その分実際の検出されるべき値よりも大きな値が検出されてしまう問題である。これは、あらかじめどのくらいの値が検出されたかによって、その値における散乱による増加量を求めておき、その量を検出された値から差し引くことによって補正が行われている。

3番目の問題は、SPECTでは、線を検出する前にそれをコリメートする必要があり、そのコリメータの特性によったコリメータからの距離に依存して変化するPSF (point spread function) が生じてしまう問題である。一般には、検出器のPSF特性は場所に依存せずに一定でなければならないが、コリメータを用いる場合、どうしても検出器からの距離によってその特性は変わってきてしまう。よって、この場合は検出器から離れるにしたがい分解能が悪くなっていくことが考えられる。この問題については、繰り返しの方法を用いて減弱補正を行うと同時に、この特性による補正を行うといったものが報告されている。

このように、SPECTの画像再構成問題には大きく3つの問題があるが、ここではそのなかでも最も大きな問題である減弱補正の問題に焦点をあてて説明する。この減弱補正の問題は、SPECTの初期の段階からさまざまな議論がなされ、そしてさまざまな方法が提案されてきた。また、なんの仮定もなしに純粋に測定データから再構成を行おうとすると、求めるべき量はRIの濃度分布に加えてRIの線減弱係数分布も求めなければならないが、それは不完全問題となり一意に解くことは一般には不可能になる。そこで一般には、いくつかの実用的な仮定を用いて解いていく。この仮定は、線減弱係数が一定であることや、被写体の輪郭や線減弱係数分布が既知であるなどといったものである。

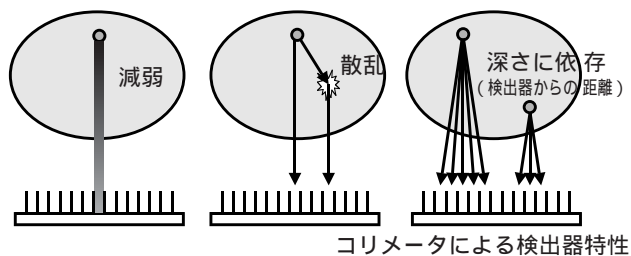


図4-1 SPECTの画像再構成における3つの問題
減弱と散乱と深さに依存した検出器特性。

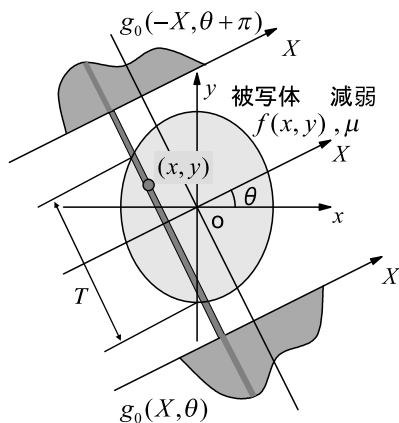


図4-2 前補正法の座標系

〔第2節〕 前補正法

得られた測定データに減弱の補正を加えてから、X線CTの画像再構成法によって画像を得る方法、すなわちフィルタ補正逆投影の前に減弱を補正する方法を前補正法 (pre-correction method) という。この方法は、以下の3つのことを基本として導かれたものである。

- 被写体の断面が円または楕円である。
- 断層面内のRIの分布が一様である。
- 断層面内での線の線減弱係数 μ が一定である。

SPECTの測定データは、線が被写体内で減弱するため、検出器に近い部分から放出された線の情報を多く含んでいる。よって前補正法では、互いに 180° 方向の対向する測定データを平均化し、それにあるファクターをかけて投影データをつくる。平均化には対向する測定データの算術平均あるいは幾何平均を利用するものがある。具体的には、次のような補正式が提案されている。

図4-2に示すように、ある測定データ $g_0(X, \theta)$ に対して、それと対向する測定データは $g_0(-X, \theta + \pi)$ と表される。これらの算術平均、幾何平均をそれぞれ $g_A(X, \theta)$ 、 $g_G(X, \theta)$ として、補正された投影データを $g_C(X, \theta)$ とすると、以下のような式になる。

算術平均を用いたもの

$$g_C(X, \theta) = \frac{2}{2 - \mu T} g_A(X, \theta) \tag{4-1}$$

Kayの方法

$$g_C(X, \theta) = \frac{4}{1 + e^{-\mu T} + 2e^{-\mu T/2}} g_A(X, \theta) \tag{4-2}$$

ただし、

$$g_A(X, \theta) = \frac{g_0(X, \theta) + g_0(-X, \theta + \pi)}{2} \tag{4-3}$$

幾何平均を用いたもの

Budingerの方法

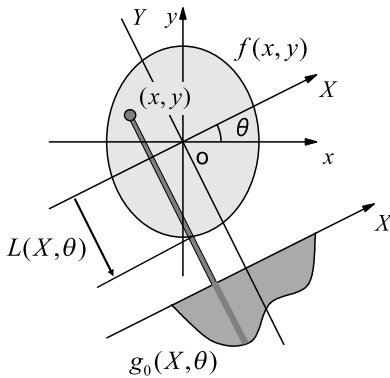


図4-3 被写体の回転中心を通る直線から輪郭までの長さ $L(X, \theta)$

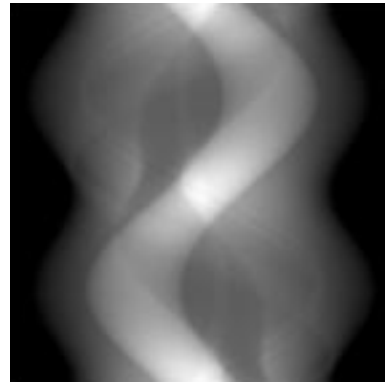


図4-4 楕円データから T の値を算出してSorensonの前補正法で補正した投影データ

$$g_C(X, \theta) = \frac{e^{\mu T/2} f \mu T}{2 \sinh(f \mu T / 2)} g_G(X, \theta) \quad (4-4)$$

Sorensonの方法

$$g_C(X, \theta) = \frac{\mu T}{1 - e^{-\mu T}} g_G(X, \theta) \quad (4-5)$$

Keyesの方法

$$g_C(X, \theta) = \frac{2}{1 + e^{-\mu T} + 2e^{-\mu T/2}} g_G(X, \theta) \quad (4-6)$$

ただし,

$$g_G(X, \theta) = \sqrt{g_0(X, \theta) \cdot g_0(-X, \theta + \pi)} \quad (4-7)$$

ここで、 T は投影データが被写体を通過する長さ、 f は長さ T のうちRIが分布している割合を表し、ともに X と θ の関数である。また両者とも対向する値は等しくなる。幾何平均は算術平均に比べて、極端に大きな、または極端に小さな値の影響を抑える効果がある。

前補正法をプログラムにするには T の長さを求める必要がある。楕円のデータについて、図4-3に示すような被写体の中心線から輪郭までの長さ $L(X, \theta)$ を求めるプログラムをプログラム4-1に示す。このプログラム4-1を用いて、前補正法で最も用いられている(4-5)式のSorensonの方法で投影データを補正するプログラムをプログラム4-2に示す。このプログラム4-2を用いて、図3-5に示すSheppファントムの投影データを補正したデータのサイノグラムを図4-4に示す。図3-5に示した減弱を補正されていない投影データからプログラム2-5に示したFBP法で再構成した画像を図4-5に示す。この再構成画像では、減弱の影響を受け、中心部分の値が落ち込んでいる。次に図4-4に示した補正された投影データからFBP法で再構成した画像を図4-6に示す。減弱の影響が補正され、中央部分の落ち込みがなくなっている。

また、 T の長さを求めるのに、楕円データがない場合に投影データの輪郭から $L(X, \theta)$ を求めるプログラムをプログラム4-3に示す。このプログラム4-3を用いて、Sorensonの方法で投影データを補正するプログラムをプログラム4-4に示す。このプログラム4-4を用いて、Sheppファントムの投影データを補正したデータのサイノグラムを図4-7に示す。その補正された投影データからFBP法で再構成し

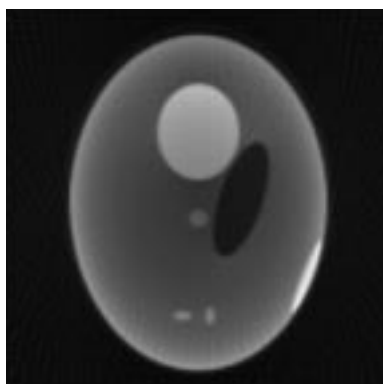


図 4-5 減弱を補正せずに FBP 法で再構成した画像



図 4-6 Sorenson の前補正法で補正した図 4-4 に示した投影データから再構成した画像
輪郭の長さ T は楕円データから算出している .

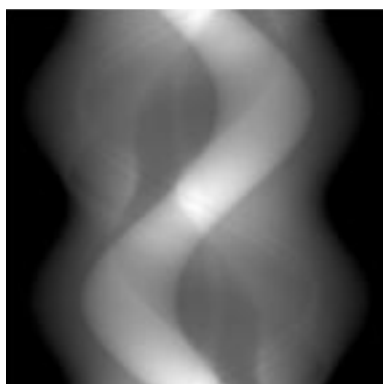


図 4-7 投影データから T の値を算出して Sorenson の前補正法で補正した投影データ



図 4-8 Sorenson の前補正法で補正した図 4-7 に示した投影データから再構成した画像
輪郭の長さ T は投影データから算出している .

た画像を図 4-8 に示す . 楕円データがなくても投影データの輪郭を用いればほとんど変わらずに再構成することができる .

〔第 3 節〕 後補正法

X 線 CT の画像再構成法によって得られた画像に対して , 画素ごとにその減弱の補正を行う方法 , すなわちフィルタ補正逆投影の後に減弱を補正する方法を後補正法 (post-correction method) という . この方法は , Chang らによって示された .

強度 A の点線源が , 一定の線減弱係数 μ を持つ被写体内の点 $Q(x_p, y_q)$ に存在すると仮定する . 投影データ $g(X, \theta)$ は ,

$$g(X, \theta) = A \delta(X - [x_p \cos \theta + y_q \sin \theta]) e^{-\mu s} \quad (4-8)$$

となり , 減弱の補正を行わないで , そのまま測定データを投影データとして X 線 CT の画像再構成法を行うと , 再構成画像 $f(x, y)$ はフィルタ補正逆投影法によって ,

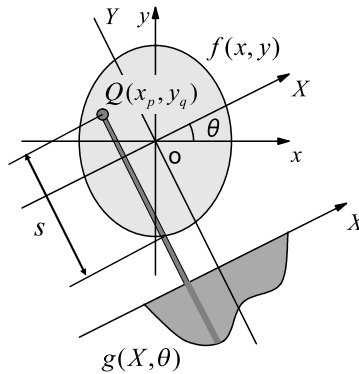


図4-9 後補正法の座標系

$$f(x, y) = \frac{1}{2(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A e^{-\mu s} e^{i\omega[(x-x_p)\cos\theta + (y-y_q)\sin\theta]} |\omega| d\omega d\theta \quad (4-9)$$

となる。よって、点Qにおける再構成画像の強度 $f(x_p, y_q)$ は、

$$f(x_p, y_q) = \frac{1}{2(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu s} |\omega| d\omega d\theta \quad (4-10)$$

と書ける。ここでsは図4-9に示すように点Qから角度θ方向への被写体の境界までの距離であり、x, y, θの関数である。明らかにこの場合は減弱の補正が可能で、上の画像に、

$$\begin{aligned} C(x_p, y_q) &= \frac{f^{\mu=0}(x, y)}{f^{\mu>0}(x, y)} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-\mu s} d\theta} \end{aligned} \quad (4-11)$$

与えられる補正マトリクス $C(x_p, y_q)$ を掛けることで減弱は完全に補正される。つまり、得られた画像の画素ごとに点状線源を仮定し、(4-11)式で定義される補正マトリクス $C(x_p, y_q)$ を求め、掛け合わせるにより画像全体の減弱を補正しようとするものである。しかし、実際には線源が広がりを持っているため、完全には補正しきれず歪んだ画像しか得られない。このためChangらは繰り返しの方法が必要であるとしている。

前節で示した被写体の中心線から輪郭までの長さ $L(X, \theta)$ を求めるプログラムで $L(X, \theta)$ が求められていると仮定して、Changの補正マトリクスを作成するプログラムをプログラム4-5に示す。楕円データから $L(X, \theta)$ を求め、Changの補正マトリクスを作成し、FBP法で作成した画像から減弱の影響を補正するプログラムをプログラム4-6に示す。図4-5で示した画像をもとに、プログラム4-6を用いて補正を行った後の画像を図4-10に示す。

また、楕円データがない場合に投影データの輪郭から $L(X, \theta)$ を求めるプログラムを用いて、Changの後補正法で画像を補正するプログラムをプログラム4-7に示す。このプログラム4-7を用いて、補正を行った後の画像を図4-11に示す。この場合も投影データの輪郭からほとんど変わらずに再構成することができる。どちらの画像も被写体の周辺に値が盛り上がるような歪みが見られる。

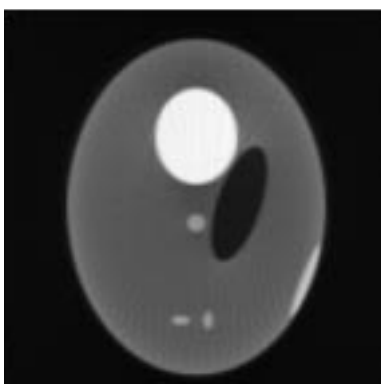


図4-10 Shepp ファントムの投影データをそのままFBP法で再構成した図4-5をもとにしてChangの後補正法で補正した画像輪郭までの長さ s は楕円データから算出している。

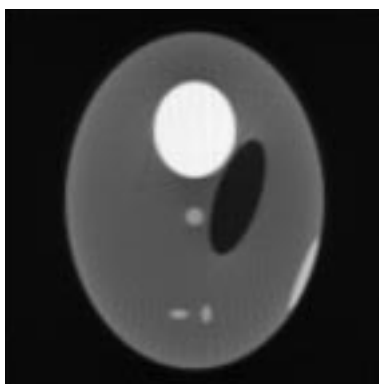


図4-11 Shepp ファントムの投影データをそのままFBP法で再構成した図4-5をもとにしてChangの後補正法で補正した画像輪郭までの長さ s は投影データから算出している。

〔第4節〕 一様減弱における解析解

減弱項を含むRadon変換の逆問題における解析解は、TretiakとBelliniとInouyeの3つの方法が提案され、Metzらと工藤らによって別々にそれらを統合する方法が提案されている。この節では、Inouyeの方法に基づいて導かれた数学的に厳密に解かれた画像再構成法を示す。また、この節で示すアルゴリズムを用いれば、統合された方法も同じようにプログラムとして作成することができる。

X 座標に対応する周波数空間の座標を γ で表し、 $g(\gamma, \theta)$ を X に関して1次元フーリエ変換した関数を $G(\gamma, \theta)$ とすると、

$$G(\gamma, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(X, \theta) e^{-i\gamma X} dX$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(\gamma X - i\mu Y)} dX dY \tag{4-12}$$

と表される。ここで、実空間 (x, y) に対応する周波数空間の座標を (ξ, η) で表し、求めたいRIの濃度分布 $f(x, y)$ の2次元フーリエ変換を $F(\xi, \eta)$ とすると、

$$F(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(\xi x + \eta y)} dx dy \tag{4-13}$$

と定義される。ここで(4-12)式と(4-13)式を比較すると、 $g(\gamma, \theta)$ は X, Y の周波数成分が各々 $\gamma, -i\mu$ である $f(x, y)$ の2次元フーリエ変換であることがわかる。ただし、(4-12)式の座標系は(4-13)式の座標系より角度 ν だけ回転している。

次に、(4-12)式と(4-13)式の周波数成分を極座標系で表現する。まず式で、直交座標系 (X, Y) の周波数成分 $(\gamma, -i\mu)$ を、極座標系 (ω, ν) を用いて表す。すなわち、

$$\begin{cases} \gamma = \omega \cos \nu \\ -i\mu = \omega \sin \nu \end{cases} \tag{4-14}$$

ここで、 ω, ν は一般に複素数である。これにより、 $\gamma, -i\mu$ について解くと、

$$\left(\begin{array}{l} \omega = \sqrt{\gamma^2 - \mu^2} \\ \nu = \frac{i}{2} \ln \frac{\gamma - \mu}{\gamma + \mu} \equiv i\phi \end{array} \right) \quad (4-15)$$

となる．よって (4-14) 式を (4-12) 式に代入し，被写体に固定した座標系に直すと，

$$\begin{aligned} G(\gamma, \theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i[\omega \cos \nu(x \cos \theta + y \sin \theta) + \omega \sin \nu(-x \sin \theta + y \cos \theta)]} dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i\omega[x \cos(\theta + \nu) + y \sin(\theta + \nu)]} dx dy \end{aligned} \quad (4-16)$$

となる．さらに (4-13) 式を極座標系で表すと，

$$\left(\begin{array}{l} \xi = \omega \cos \theta \\ \eta = \omega \sin \theta \end{array} \right) \quad (4-17)$$

より，

$$F(\omega \cos \theta, \omega \sin \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy \quad (4-18)$$

と書くことができる．ここで (4-16) 式と (4-18) 式を比較すると，

$$\begin{aligned} G(\gamma, \theta) &= F(\omega \cos[\theta + \nu], \omega \sin[\theta + \nu]) \\ &= F(\omega \cos[\theta + i\phi], \omega \sin[\theta + i\phi]) \end{aligned} \quad (4-19)$$

の関係が導き出せる．このことから直交座標で表された関数 $F(\xi, \eta)$ を極座標で表した関数 $F(\omega, \psi)$ に置き換えて考えると，減弱ありのデータ $G(\gamma, \theta)$ と減弱なしのデータ $F(\omega, \psi)$ が，

$$G(\gamma, \theta) = F(\omega, \psi) \quad (4-20)$$

となるとき，

$$\left(\begin{array}{l} \omega = \sqrt{\gamma^2 - \mu^2} \\ \psi \equiv \theta + \nu = \theta + i\phi = \theta + \frac{i}{2} \ln \frac{\gamma - \mu}{\gamma + \mu} \end{array} \right) \quad (4-21)$$

の関係が結び付けられていることがわかる．さらに $\omega \geq 0$ で求めればよいので実数で表され，角度のずれ ψ は純虚数 (θ は実数) で表されていることがいえる．よって，(4-20) 式で角度成分 ψ が複素数で与えられている $F(\omega, \psi)$ の値が，実数の角度成分 θ を持った $F(\omega, \theta)$ にどう対応しているかを求めるのがここでのポイントである．

$G(\gamma, \theta)$ ， $F(\omega, \psi)$ はそれぞれ ψ に関して周期 2π の周期関数であり，以下のように表すことができる．

$$G(\gamma, \theta) = G(\gamma, \theta + 2m\pi) \quad (4-22)$$

$$F(\omega, \psi) = F(\omega, \psi + 2m\pi) \quad (4-23)$$

ここで， m は整数である．したがって，それぞれはフーリエ級数展開することができ，このフーリエ級数展開係数を各々 $G_n(\gamma)$ ， $F_n(\omega)$ とすると，